Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica

Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI (140203)
I Prova in itinere 31.10.2014, A.A. 2014-2015 **Testo 3**

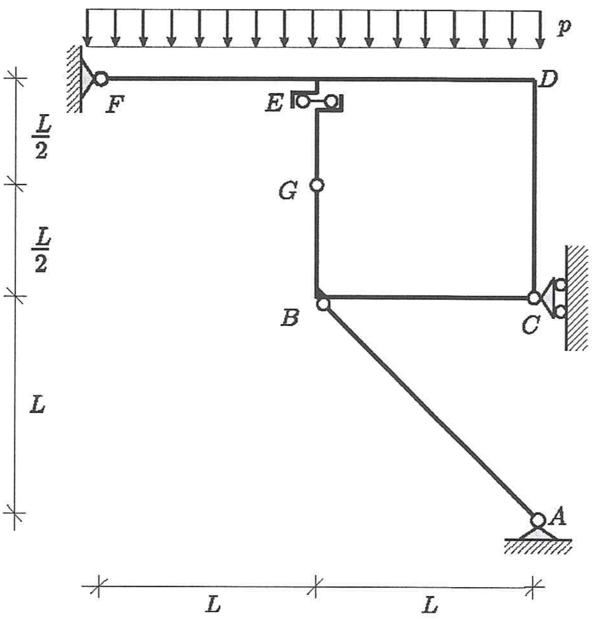
*Nota: quando richiesto, è **obbligatorio** riportare risultati e grafici su questo foglio; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

Cognome:	**Nome:**	**Matricola:**

ESERCIZIO N. 1 (punti 20/30)

Assegnato il problema statico di figura:
a) classificare la struttura;
b) determinare le reazioni vincolari; riportare i valori delle reazioni esterne nel **riquadro** considerandole positive se seguono le indicazioni riportate tra parentesi;
c) tracciare i diagrammi quotati delle azioni interne/caratteristiche della sollecitazione (N,T,M) sul retro di **questo** foglio, negli spazi predisposti;
d) facendo le necessarie costruzioni grafiche su foglio protocollo, calcolare la reazione verticale in F applicando il PLV.

(Si suggerisce di porre particolare attenzione al calcolo delle reazioni vincolari e al tracciamento dei diagrammi)



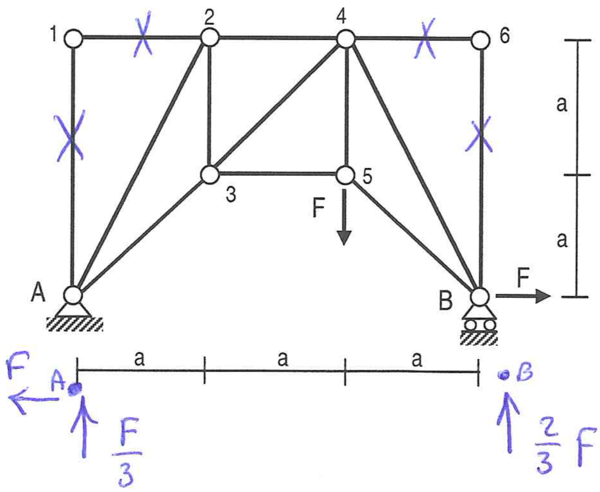
$H_F(\rightarrow) = -2pL$ $V_F(\uparrow) = 2pL$

$H_C(\rightarrow) = 2pL$

R_{AB} (+ se di trazione) = 0

ESERCIZIO N. 2 (punti 10/30)

Assegnato il problema statico di figura:
a) indicare se la struttura è isostatica, giustificando la risposta;
b) individuare le aste scariche, indicandole con una crocetta sul **disegno a fianco**;
c) calcolare mediante il metodo delle sezioni di Ritter gli sforzi delle aste 2-4, 3-4, 3-5, e con il metodo dell'equilibrio dei nodi quelli delle aste A-2 e A-3, riportando il loro valore nel **riquadro** (si rispetti la convenzione: + per la trazione; - per la compressione).

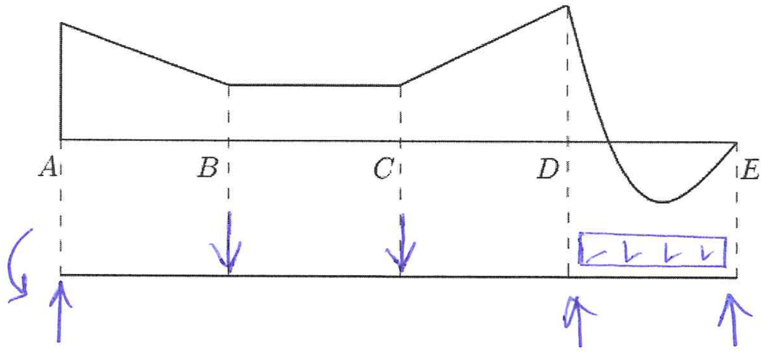


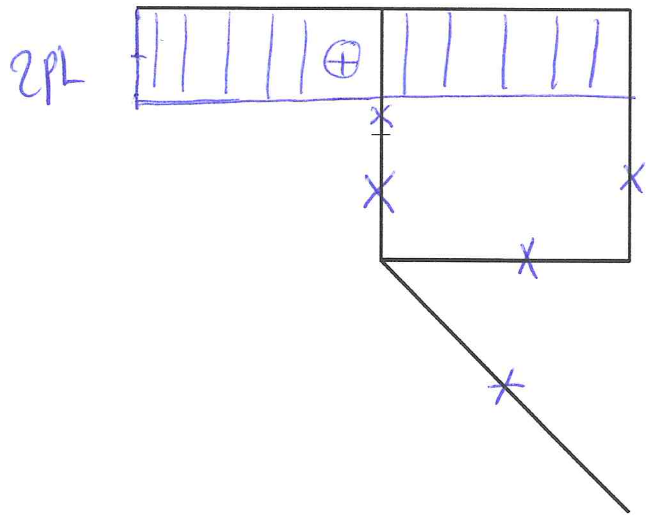
$N_{A2} = -\frac{4\sqrt{5}}{3}F$ $N_{A3} = \frac{7\sqrt{2}}{3}F$

$N_{24} = -\frac{4}{3}F$ $N_{34} = -\frac{\sqrt{2}}{3}F$ $N_{35} = \frac{8}{3}F$

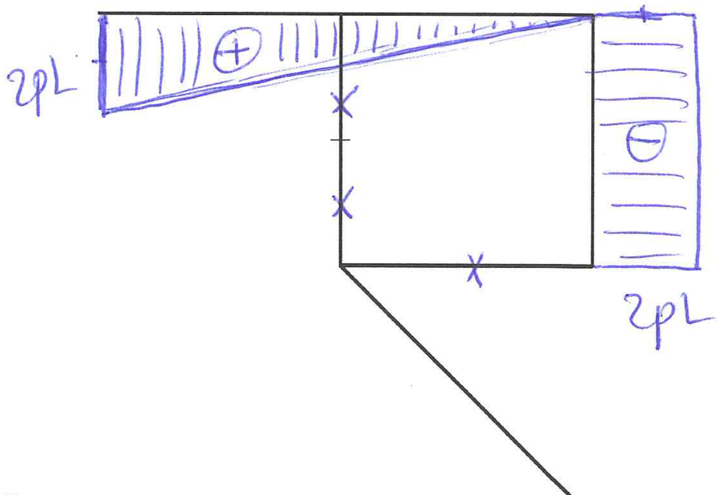
ESERCIZIO BONUS (se svolto correttamente assegnerà punti solo se verrà raggiunta la suff. nei primi due)

Assegnato il diagramma del momento in figura, disegnare **qualitativamente** sulla linea fondamentale sotto predisposta un sistema di forze e coppie necessario per renderlo possibile. Si assuma che la funzione del tratto DE sia un arco di parabola.

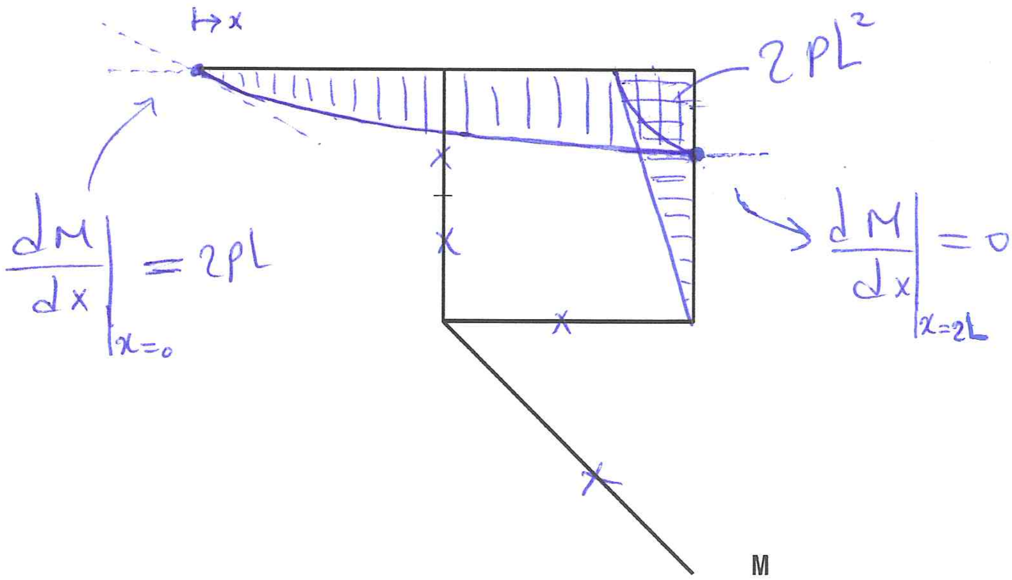




N



T



M

Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica

Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI (140203)
I Prova in itinere 31.10.2014, A.A. 2014-2015 **Testo 4**

*Nota: quando richiesto, è **obbligatorio** riportare risultati e grafici su questo foglio; i calcoli (in forma ordinata) vanno allegati sui soli fogli a quadretti che sono stati forniti.*

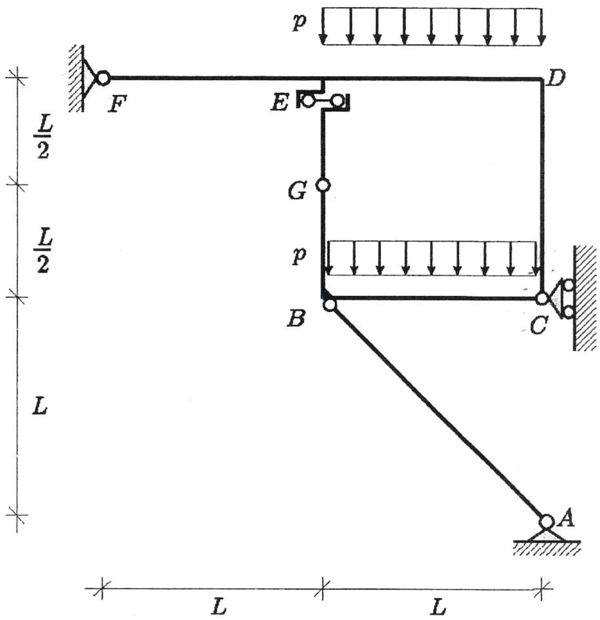
Cognome: **Nome:** **Matricola:**

ESERCIZIO N. 1 (punti 20/30)

Assegnato il problema statico di figura:

a) classificare la struttura;
b) determinare le reazioni vincolari; riportare i valori delle reazioni esterne nel **riquadro** considerandole positive se seguono le indicazioni riportate tra parentesi;
c) tracciare i diagrammi quotati delle azioni interne/caratteristiche della sollecitazione (N,T,M) sul retro di **questo** foglio, negli spazi predisposti;
d) facendo le necessarie costruzioni grafiche su foglio protocollo, calcolare la reazione verticale in F applicando il PLV.

(Si suggerisce di porre particolare attenzione al calcolo delle reazioni vincolari e al tracciamento dei diagrammi)



$H_F(\rightarrow) = -\frac{5}{2}pL$ $V_F(\uparrow) = \frac{3}{2}pL$

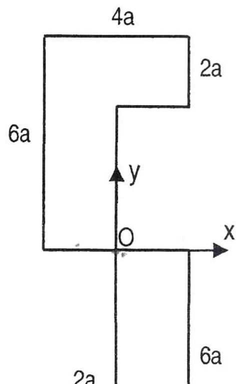
$H_C(\rightarrow) = 3pL$

R_{AB} (+ se di trazione) = $-\frac{\sqrt{2}}{2}pL$

ESERCIZIO N. 2 (punti 10/30)

Assegnata la figura piana riportata a lato:

a) individuare le coordinate del baricentro G nel sistema Oxy;
b) determinare gli assi principali centrali d'inerzia (attraverso l'angolo di rotazione θ_0 di uno dei due rispetto all'asse x) e i momenti principali centrali d'inerzia (J_ξ e J_η);
c) disegnare gli assi principali centrali e l'ellisse principale centrale d'inerzia su **questo** foglio.
Riportare i risultati numerici richiesti nel **riquadro**.



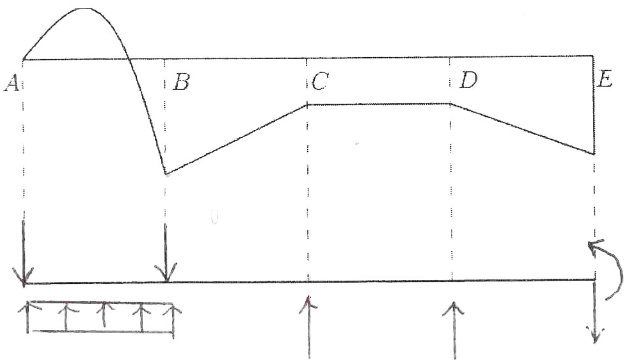
$x_G = 0$ $y_G = 0$

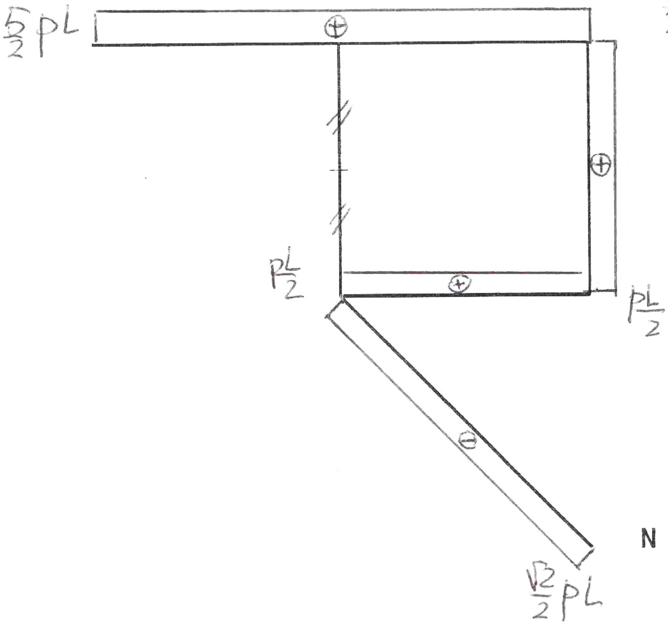
$J_\xi = 492{,}94\ a^4$ $J_\eta = 40{,}4\ a^4$

$\theta_0 = 4°$

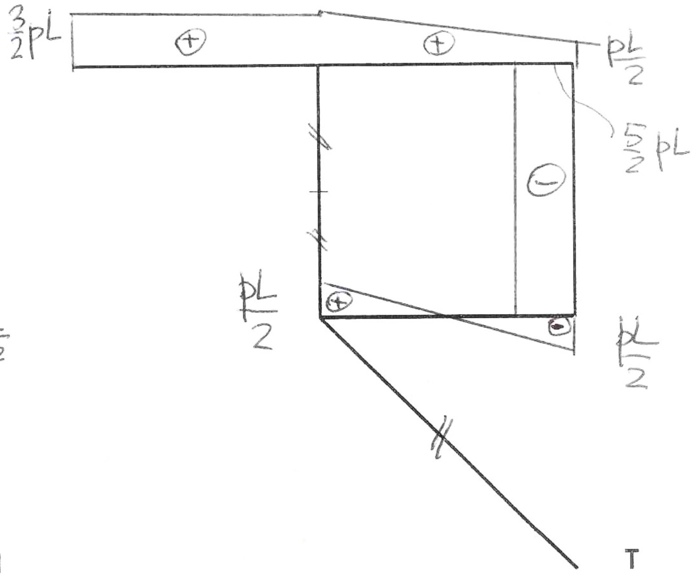
ESERCIZIO BONUS (se svolto correttamente assegnerà punti solo se verrà raggiunta la suff. nei primi due)

Assegnato il diagramma del momento in figura, disegnare **qualitativamente** sulla linea fondamentale sotto predisposta un sistema di forze e coppie necessario per renderlo possibile. Si assuma che la funzione del tratto DE sia un arco di parabola.

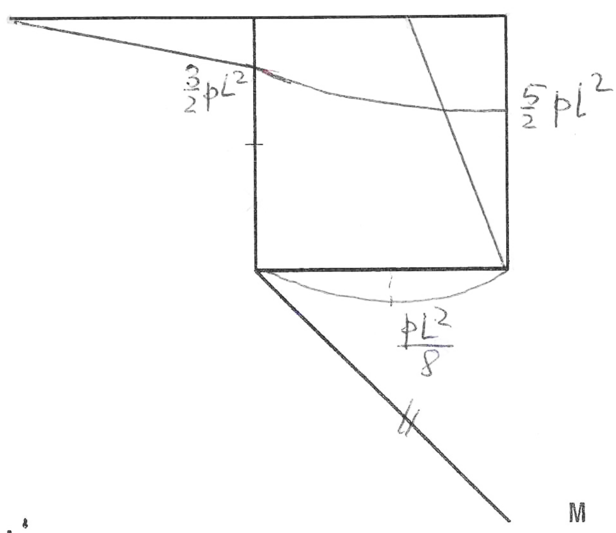




N



T



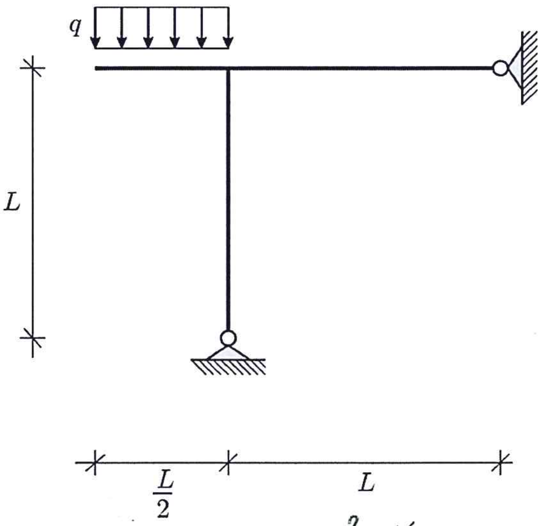
M

Università degli Studi di Trento
Dipartimento di Ingegneria Civile, Ambientale e Meccanica

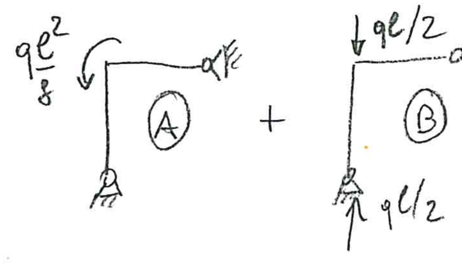
Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI (140203)
II Prova in itinere 19.12.2014, A.A. 2014-2015 **Testo 1**

ESERCIZIO N. 1 (punti 18/30)

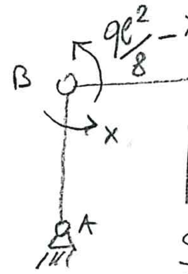
Si consideri la travatura in figura. Tutti i tratti hanno rigidezza flessionale costante pari a *EJ*. Le deformazioni estensionali e di scorrimento sono trascurabili. Risolvere la struttura con un metodo a piacere, indicando, nello spazio sottostante, il **sistema principale** utilizzato per la risoluzione e la/e relativa/e equazione/i di congruenza necessaria/e per la determinazione della/e incognita/e iperstatica/he. Tracciare infine i diagrammi quotati delle azioni interne/caratteristiche della sollecitazione nello spazio sotto predisposto.



IL PROBLEMA SI RISOLVE COME SOMMA DI 2 PROBLEMI



(SOLUZ. NEL CASO DI TRASC. DELLA DEF. ASSIALE)



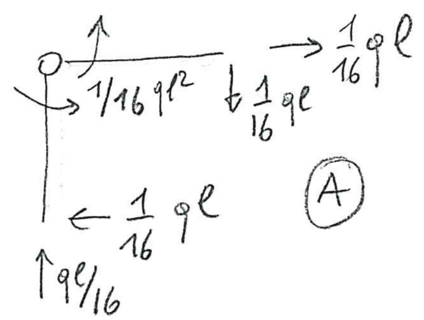
$$\boxed{\varphi_{BA} = \varphi_{BC}}$$

SP

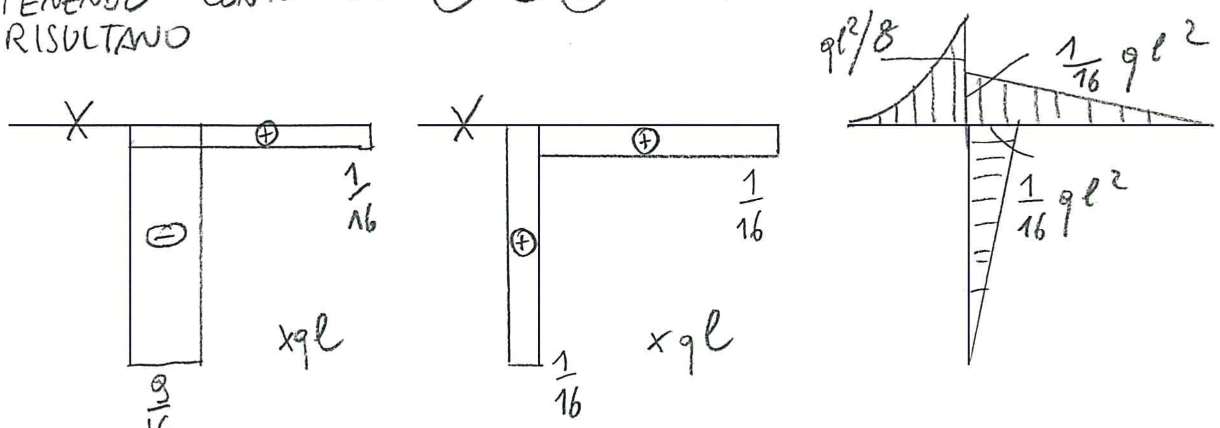
(A) SI RISOLVE FACILM. INTRODUC. UNA CERNIERA

L'EQ. DI CONGR. FORNISCE:

$$\frac{X\ell}{3EJ} = \left(q\frac{\ell^2}{8} - X\right)\frac{\ell}{3EJ} \implies X = \frac{q\ell^2}{16} \implies$$

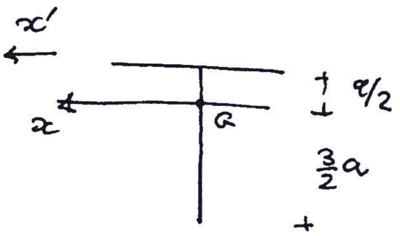


TENENDO CONTO DI (A) e (B) I DIAGRAMMI RISULTANO



N T M

ESERCIZIO 2 TESTO 1



$\delta := \frac{a}{5}$

$A = 4a\delta = \frac{4}{5}a^2$

$S_{x'} = 2a^2\delta$

$y'(G) = \frac{a}{2}$

$J_{x'} = \frac{(2a)^3}{12}\delta + 2a\delta \times a^2 = \frac{8}{3}a^3\delta$

$J_x = J_{x'} - A\left(\frac{a}{2}\right)^2 = \boxed{\frac{5}{3}a^3\delta}$ $20 \cdot 10^6$

$x(C) = \frac{a}{2} \qquad y(C) = -\frac{a}{2}$

$J_y = \frac{(2a)^3}{12}\delta = \boxed{\frac{2}{3}a^3\delta} = \frac{2}{3}100^3 20 = 13{,}33 \cdot 10^6$ mm^4

$\rho_x^2 = \frac{5}{3}a^3\delta \cdot \frac{1}{4a\delta} = \frac{5}{12}a^2$

$\rho_y^2 = \frac{2}{3}a^3\delta \cdot \frac{1}{4a\delta} = \frac{a^2}{6}$

$$\sigma_z = \frac{N}{A}\left(1 + \frac{y(C)}{\rho_x^2}y + \frac{x(C)}{\rho_y^2}x\right)$$

$$= \frac{5}{4}\frac{N}{a^2}\left(1 - \frac{a}{2}\cdot\frac{12}{5a^2}y + \frac{a}{2}\cdot\frac{6}{a^2}x\right)$$

$$= \frac{5}{4}\frac{N}{a^2}\left(1 - \frac{6}{5}\frac{y}{a} + 3\frac{x}{a}\right)$$

Asse neutro: $y = \frac{5}{2}x + \frac{5}{6}a$

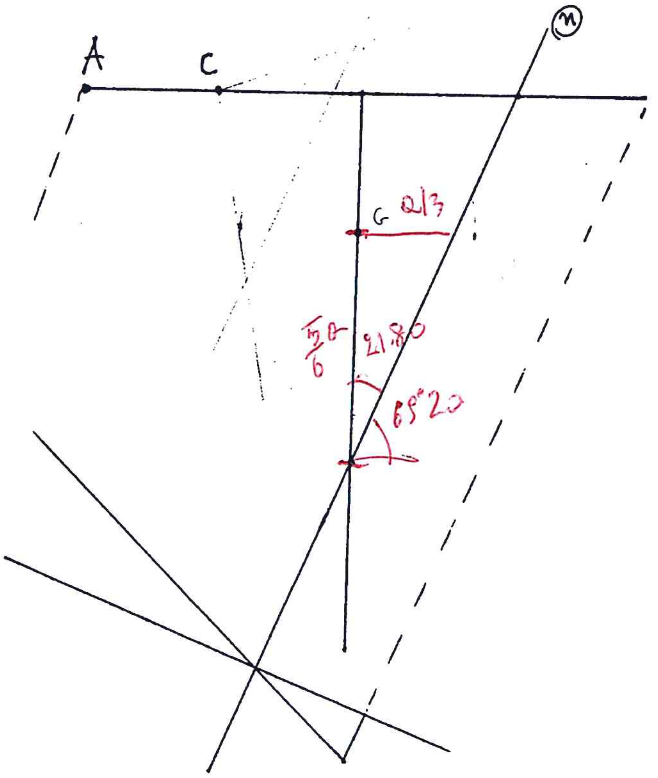
Punto di controllo

$A \equiv \left(a, -\frac{a}{2}\right)$

$\sigma_{zz}(A) = \frac{23}{4}\frac{N}{a^2}$

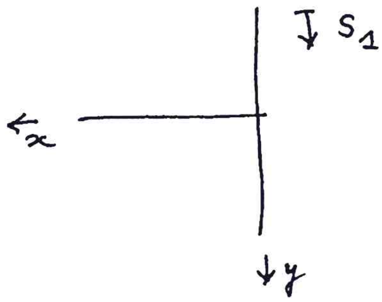
$= 57{,}5 \ \frac{N}{mm^2} < \sigma_y$

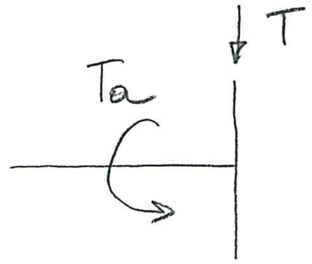
verificato



$y = 0 = \frac{x}{\cancel{2}} + \frac{a}{\cancel{6}_3} \quad ; \quad x = -\frac{a}{3}$

Esercizio 2 Testo 2





$T = 60$ KN

$Ta = 3000$ KNmm

$\delta := \frac{a}{10}$ $\qquad A = 2a\delta$

$J_x = \left(a\right)^3 \frac{\delta}{12} \cdot \quad a^3 \frac{a}{10}\frac{1}{12} = \frac{a^4}{120}$

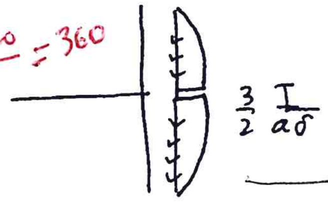
$S_x(s_1) = -\,s_1\delta\left(\frac{a}{2}-\frac{s_1}{2}\right)$

$= \frac{s_1^2}{2}\delta - \frac{1}{2}a\delta s_1 = \frac{s_1^2\delta}{20} - \frac{a\delta}{20}s_1$

TAGLIO

$\tau_{zy}^{taglio}(s_1) = \frac{12T}{a^3\delta^2}\left(\frac{s_1^2\delta}{20}-\frac{a\delta}{20}s_1\right) = \frac{6T}{a^3\delta}s_1(s_1-a)$ $\quad$ taglio

$\left|\tau_{zy}^{max}\right| = \left|\tau_{zy}^{taglio}\left(s_1=\frac{a}{2}\right)\right| = \frac{3}{2}\frac{T}{a\delta} = 15\frac{T}{a^2} = 15\cdot\frac{60000}{50^2} = 360$



TORSIONE

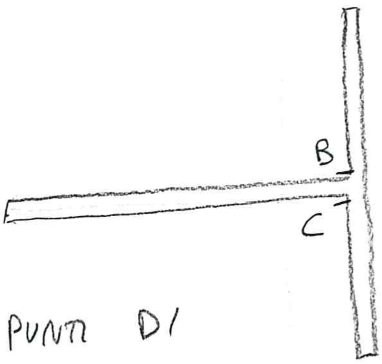
$M_t = Ta$

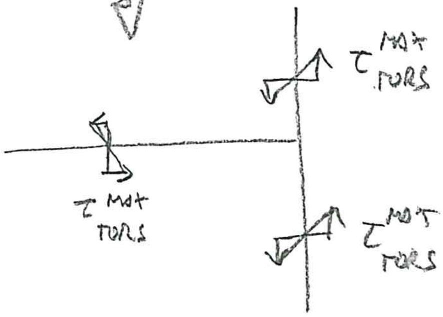
$\tau_{tors}^{max} = \frac{M_t\delta}{J_t} \qquad J_t = \frac{1}{3}(\delta^3 a)\times 2 = \frac{1}{3}\frac{a^4}{10^3}\cdot 2 = \frac{a^4}{3000}\cdot 2 = \frac{a^4}{1500}$

$= \frac{3Ta\delta}{2a\delta^3} = \frac{3}{2}\frac{T}{\delta^2} = 150\frac{T}{a^2}$

$\tau_{max} = 165\frac{T}{a^2} = 3960\frac{N}{mm^2}$ $\qquad \tau_{MAX}$ (TAGLIO + TORSIONE NEL PUNTO B e C)

$\sigma_{id} = 2\tau_{max} = 7920\frac{N}{mm^2} > \sigma_y$





B, C: PUNTI DI MASSIMA SOLLECITAZ.

SOLUZ. ES BONUS b) $\quad v(z) = \frac{M_0}{EI}\frac{L^2}{\pi^2}\sin\left(\pi\frac{z}{L}\right)$

Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI (140203)
I Appello scritto del 08.01.2015, A.A. 2014-2015 **Testo 1**

ESERCIZIO N. 1 (punti 11/30)

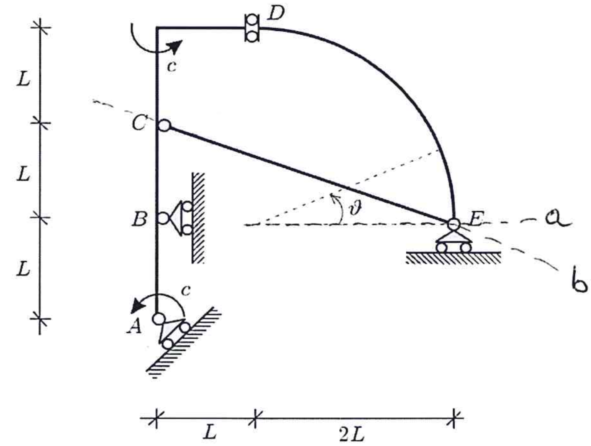
Assegnato il problema statico di figura (*c* rappresenta il valore del momento applicato):

a) classificare la struttura;

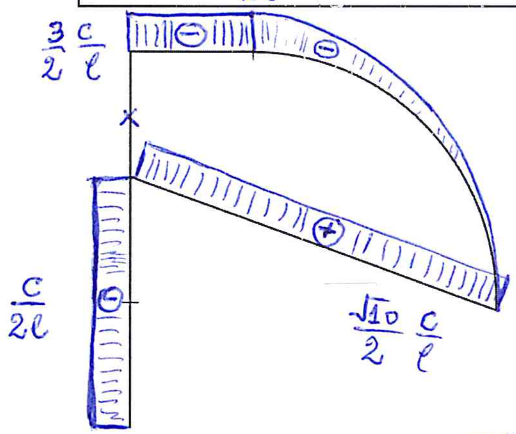
b) determinare le reazioni vincolari; riportare i valori delle reazioni esterne nel **riquadro** considerandole positive se seguono le indicazioni riportate tra parentesi (il carrello in A è inclinato di 45°);

c) tracciare i diagrammi quotati delle azioni interne/ caratteristiche della sollecitazione (N,T,M) sugli schemi predisposti nella parte sottostante di **questo** foglio. Per l'arco ED scrivere inoltre, nel **riquadro**, le 3 funzioni $N_{ED}(\theta)$, $T_{ED}(\theta)$, $M_{ED}(\theta)$ assumendo che la linea tratteggiata stia all'intradosso;

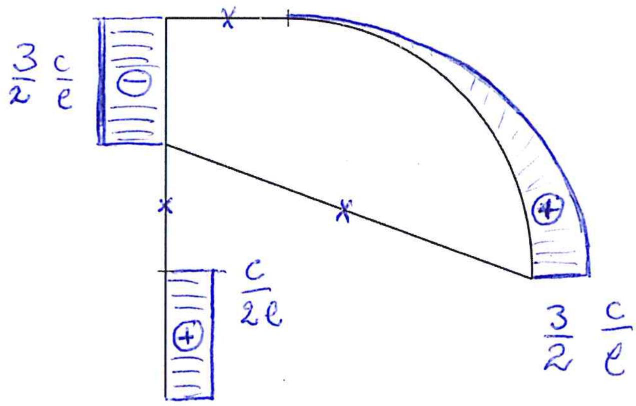
d) individuare la linea delle pressioni per il tratto CED, riportando il risultato nel **riquadro**.



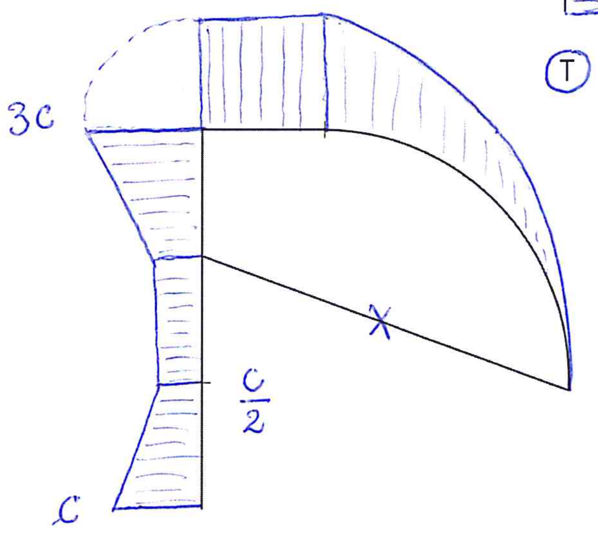
$R_A(\nwarrow) = \frac{\sqrt{2}}{2}\frac{c}{\ell}$	$N_{ED}(\theta) = -\frac{3}{2}\frac{c}{\ell}\sin\vartheta$	Linea delle pressioni:
$H_B(\rightarrow) = \frac{c}{2\ell}$	$T_{ED}(\theta) = \frac{3}{2}\frac{c}{\ell}\cos\vartheta$	CE : retta b
$V_E(\uparrow) = -\frac{c}{2\ell}$	$M_{ED}(\theta) = -3c\sin\vartheta$	ED : retta a



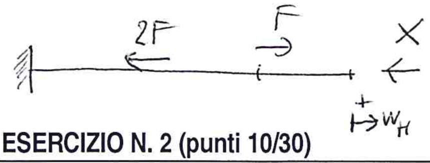
N



T



M



$\boxed{W_H=0}$: $-\frac{X2\ell}{ES}-\frac{X\ell}{2ES}+\frac{F\ell}{ES}+\frac{F\ell}{2ES}-\frac{2F\ell}{2ES}=0$

$X=+F/5$

ESERCIZIO N. 2 (punti 10/30)

La trave in figura, costituita da un materiale avente modulo elastico E, ha sezione trasversale pari a 2S nel tratto BC ed a S nel tratto CH. È sollecitata da due forze applicate all'asse nei punti C e D. Risolvere la struttura e disegnare il diagramma quotato dello sforzo normale nello spazio a fianco.

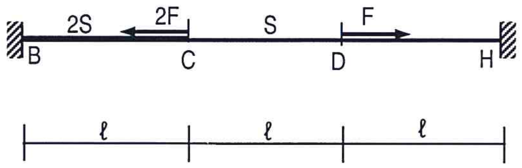
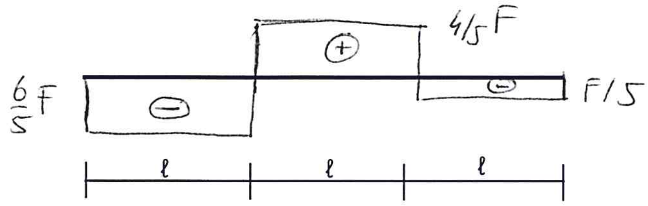
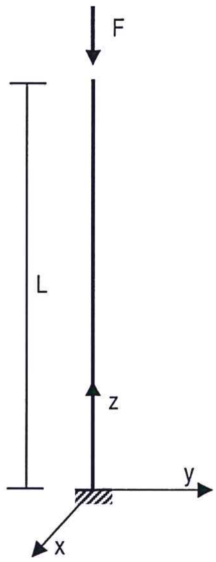


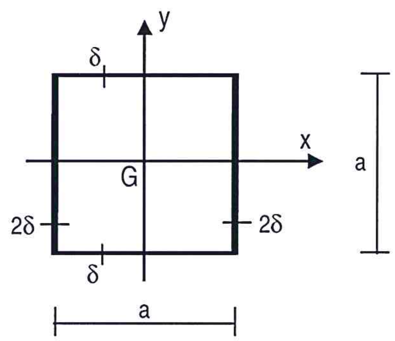
Diagramma dello sforzo normale (N)



ESERCIZIO N. 3 (punti 9/30)

La struttura in figura è una mensola in acciaio (E = 210000 MPa) di lunghezza L la cui sezione trasversale, costituita da profili sottili, è riportata a fianco. Calcolare il carico critico eulariano F_{cr} della struttura assumendo: L = 5 m, a = 40 cm, δ = 3 mm. Indicare inoltre in quale piano si inflette la struttura (xz oppure yz). Riportare **obbligatoriamente** i risultati nel riquadro.





F_{cr} = $3.31\cdot10^6$ N

Piano di inflessione: yz

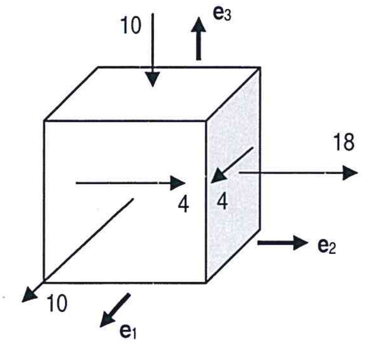
$$F_{cr} = E\cdot\left[2\left(\frac{2\delta a^3}{12}+a\delta\left(\frac{a}{2}\right)^2\right)\right]\frac{\pi^2}{4L^2} = 3.31\cdot10^6\,N$$

ESERCIZIO N. 3 (punti 9/30) (ESERCIZIO TESTO 2)

In un punto di un corpo continuo è assegnato lo stato tensionale di figura (valori in MPa):

1) determinare graficamente la circonferenza di Mohr C_{12} relativa al piano $\mathbf{e}_1$-$\mathbf{e}_2$ (costruzione su foglio protocollo);
2) utilizzando C_{12} e le sue proprietà, determinare le tensioni principali σ_a e σ_b ($\sigma_a > \sigma_b$) relative allo stesso piano;
3) disegnare nel piano di Mohr le altre due circonferenze mancanti e calcolare il valore della tensione tangenziale massima τ_{max} dello stato tensionale.

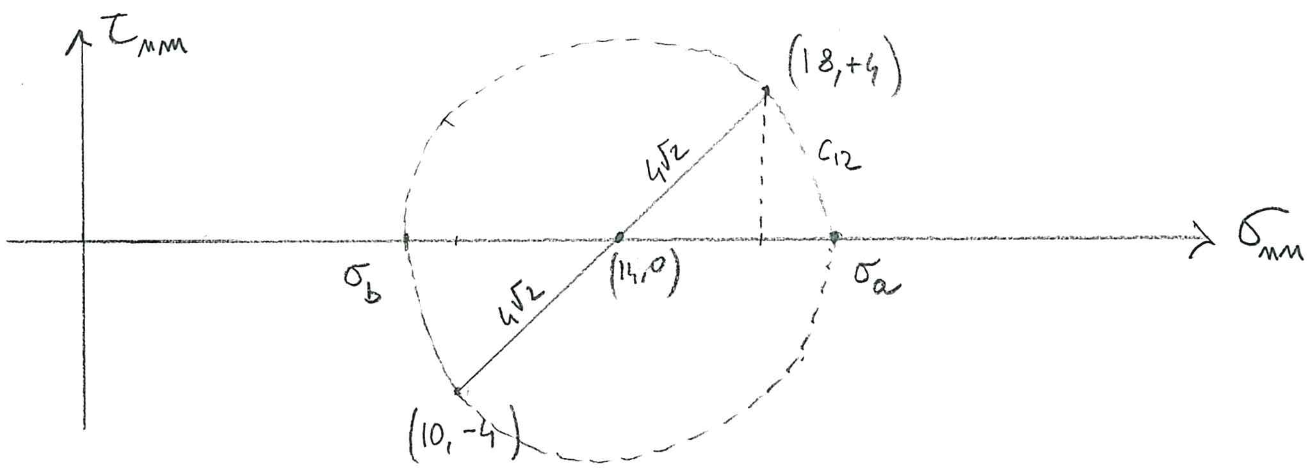
Riportare **obbligatoriamente** tutti i risultati numerici nel riquadro.

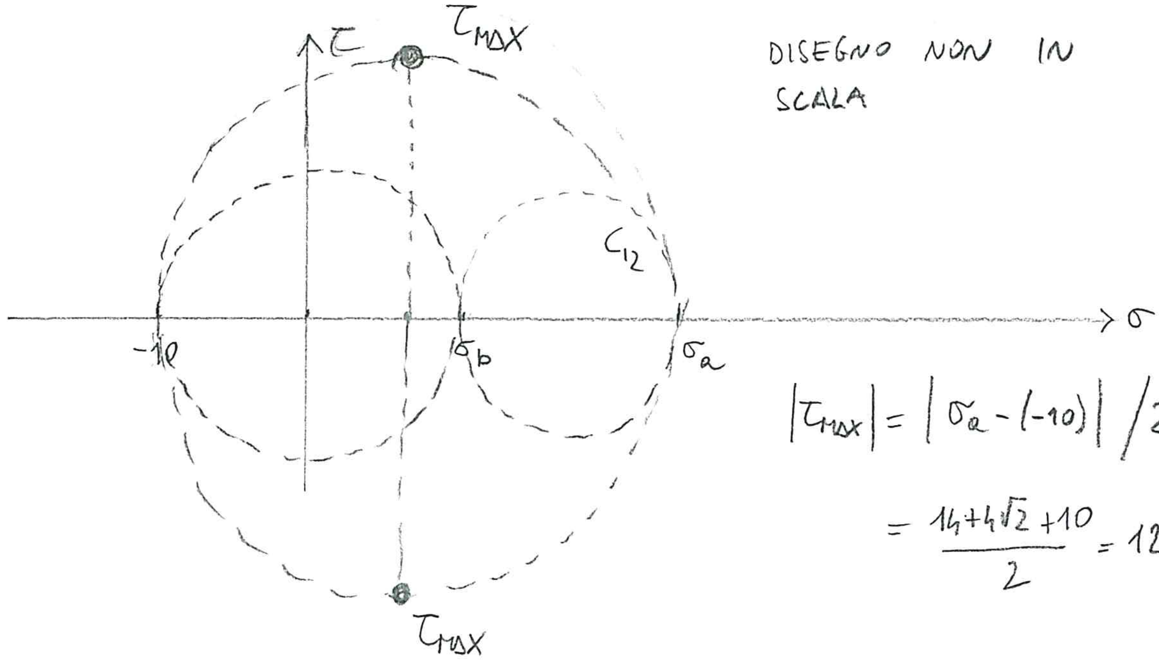


$\sigma_a = 14+4\sqrt{2} \cong 19.66$ MPa

$\sigma_b = 14-4\sqrt{2} \cong 8.34$ MPa

$\tau_{max} = 12+2\sqrt{2} \cong 14.83$ MPa





DISEGNO NON IN SCALA

$$|\tau_{MAX}| = |\sigma_a - (-10)| / 2$$

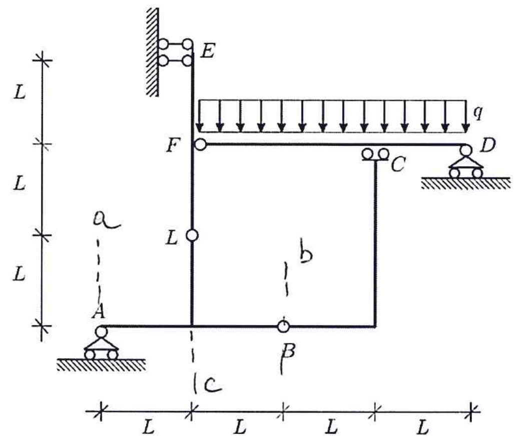
$$= \frac{14+4\sqrt{2}+10}{2} = 12+2\sqrt{2} \text{ MPa}$$

Corso di SCIENZA DELLE COSTRUZIONI (140203)
II Appello scritto del 09.02.2015, A.A. 2014-2015 **Testo 1**

ESERCIZIO N. 1 (punti 10/30)

Assegnato il problema statico di figura (in E il vincolo corrisponde ad un pattino ad asse orizzontale):

a) classificare la struttura;
b) determinare le reazioni vincolari; riportare i valori delle reazioni esterne nel **riquadro** considerandole positive se seguono le indicazioni riportate tra parentesi;
c) tracciare i diagrammi quotati delle azioni interne/caratteristiche della sollecitazione (N,T,M) sugli schemi predisposti nella parte sottostante di **questo** foglio;
d) individuare la linea delle pressioni per il tratto ABL, riportando il risultato nel **riquadro**.

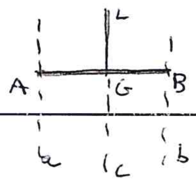


(Si suggerisce di porre particolare attenzione al calcolo delle reazioni e al tracciamento dei diagrammi).

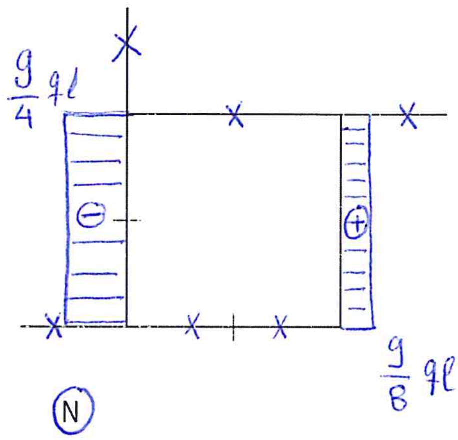
$V_A(\uparrow) = \frac{9}{8} q\ell$ $V_D(\uparrow) = \frac{15}{8} q\ell$

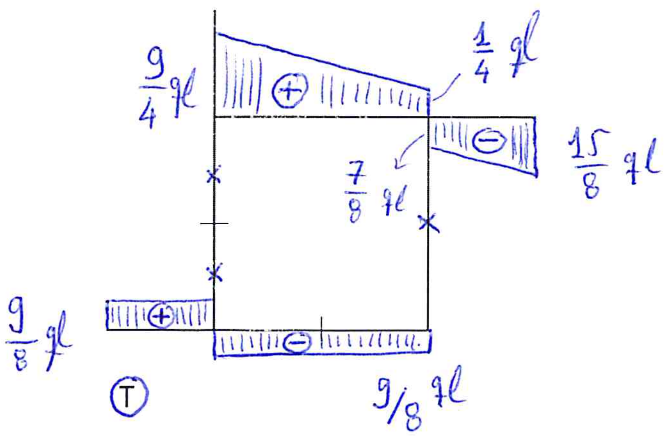
$H_E(\rightarrow) = 0$ $M_E(\curvearrowleft) = 0$

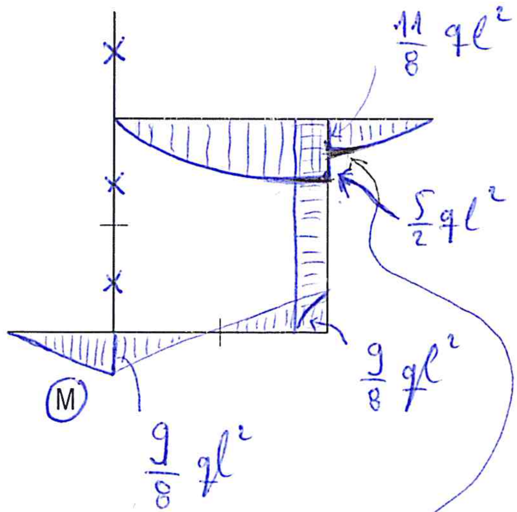
Linea delle pressioni:



AG	retta a
BG	retta b
LG	retta c



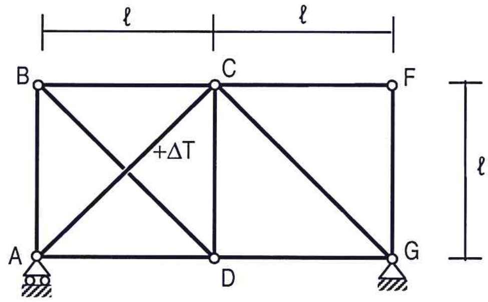




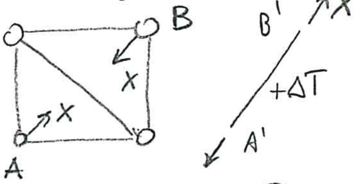
pendenza ≠ 0 perché T≠0

ESERCIZIO N. 2 (punti 11/30)

Risolvere la struttura reticolare di figura (sollecitata da una variazione termica su tutta l'asta AC) assumendo che tutte le aste abbiano la stessa sezione trasversale (area pari ad A), lo stesso modulo elastico E e lo stesso coefficiente di dilatazione termica α. Indicare, nello **spazio sottostante**, il sistema principale utilizzato per la risoluzione e la/e relativa/e equazione/i di congruenza necessaria/e per la determinazione della/e incognita/e iperstatica/he. **Riportare** inoltre nella tabella sottostante gli sforzi normali della struttura rispettando le convenzioni sui segni.



S.P.



da cui gli sforzi nelle aste (N_1) (STR. AUTOEQ., LE ALTRE ASTE SONO SCARICHE)

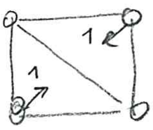
Eq CONGR.

$\delta_{AB} = \delta_{A'B'}$

$\delta_{AB} = \dfrac{X\ell\sqrt{2}}{EA} + \alpha\Delta T \cdot \ell\sqrt{2}$

$N_{AB} = +\lvert X\rvert/\sqrt{2}$	$N_{AC} = -\lvert X\rvert$
$N_{AD} = +\lvert X\rvert/\sqrt{2}$	$N_{BC} = +\lvert X\rvert/\sqrt{2}$
$N_{BD} = -\lvert X\rvert$	$N_{CD} = +\lvert X\rvert/\sqrt{2}$
$N_{CG} = 0$	$N_{CF} = 0$
$N_{DG} = 0$	$N_{FG} = 0$

S. fittizio



da cui gli sforzi nelle aste (N_1')

$L_{ve} = L_{vi}$

$$-1\left(\frac{X\ell\sqrt{2}}{EA} + \alpha\Delta T\ell\sqrt{2}\right) = \sum_i N_1' \frac{N_1 l_i}{EA} \Rightarrow X = -\frac{\alpha\Delta T EA}{\sqrt{2}+2}$$

(l'asta AB sarà quindi COMPRESSA)

ESERCIZIO N. 3 (punti 9/30)

Ad un corpo continuo descritto dal sistema cartesiano $Ox_1x_2x_3$ è assegnato il campo di spostamenti infinitesimi

$u_1 = \alpha(x_1^2 + x_2^2)$, $\quad u_2 = \alpha x_1 x_2 / 2$, $\quad u_3 = \beta$,

con $\alpha = 10^{-3}$ m^{-1} e $\beta = 0.002$ m. Calcolare il tensore delle deformazioni infinitesime ε nel punto di coordinate (1,1,0) (coordinate in m), le dilatazioni principali e le direzioni principali di deformazione. Svolgere i calcoli su foglio protocollo e riportare i risultati nello **spazio sottostante**.

$$\underset{\sim}{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 2\alpha x_1 & \frac{1}{2}\left(2\alpha x_2 + \frac{\alpha x_2}{2}\right) & 0 \\ \text{SYM} & \alpha x_1/2 & 0 \\ & & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \underset{\sim}{\varepsilon} = \begin{bmatrix} 2 & 1.25 & 0 \\ 1.25 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

DILATAZ PRINCIPALI $\quad \varepsilon_I = 2.70 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_{II} = -0,2078 \cdot 10^{-3}$; $\varepsilon_{III} = 0$

DIREZ. " : $\quad n_I = (-0,87; -0,492; 0)$

$n_{II} = (0,492; -0,87; 0)$

$n_{III} = (0; 0; 1)$